

**BREVET BLANC
AVRIL 2013**

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures

- **L'usage de la calculatrice est autorisé.**
- **Le candidat répondra sur la copie qui lui est fournie.**
- **2 points sur 40 seront réservés pour le soin et la présentation de la copie.**
- **Le sujet n'est pas à rendre avec la copie.**

Exercice 1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, 4 réponses sont proposées, une seule est exacte. Sur la copie, écrire le numéro de la question et recopier la bonne réponse.

Rappel : dans un jeu ordinaire de 52 cartes, les cartes sont réparties en 4 catégories (cœur, carreau, pique et trèfle) de 13 cartes chacune.

1	On tire une carte dans un jeu ordinaire de 52 cartes. La probabilité d'obtenir un carreau est :	$\frac{1}{52}$	$\frac{13}{52}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
2	On tire une carte dans un jeu ordinaire de 52 cartes. La probabilité d'obtenir un valet est :	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{52}$	$\frac{4}{52}$	$\frac{1}{8}$
3	On ajoute deux jokers à ce jeu. Les probabilités précédentes vont :	augmenter	diminuer	rester inchangées	on ne peut pas répondre
4	On tire une boule au hasard dans une urne contenant 5 boules blanches et 8 noires, indiscernables au toucher. La probabilité d'obtenir :	une boule blanche est $\frac{5}{8}$	une boule blanche est $\frac{5}{13}$	une boule verte est faible	une boule noire après avoir sorti une boule noire est $\frac{7}{12}$

Exercice 2 (3 points)

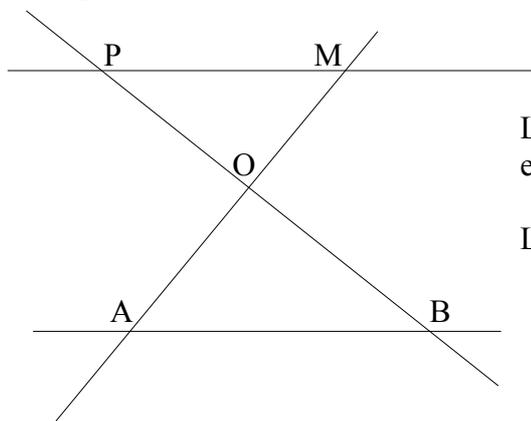
- 1) Construire un triangle FOI équilatéral de côté 4 cm.
- 2) Construire le point A, symétrique du point I par rapport au point F.
- 3) Construire le point U, symétrique du point I par rapport à la droite (OF).
- 4) Construire le point E, symétrique du point O par rapport au point F.
- 5) Construire le point S, symétrique du point O par rapport à la droite (IF).
- 6) Tracer le polygone OISEAU. Quelle est la nature exacte de ce polygone ?

Exercice 3 (5 points)

On considère l'expression : $E = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 2)$.

- 1) Développer et réduire E.
- 2) a) Factoriser $4x^2 - 9$.
b) En déduire une factorisation de E.
- 3) a) Résoudre l'équation $(2x + 3)(3x - 5) = 0$.
b) Cette équation a-t-elle une solution entière ?
c) Cette équation a-t-elle une solution décimale ?

Exercice 4 (6 points)



La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur et n'est pas à reproduire.

L'unité est le centimètre.

On donne : $OA = 6$, $OB = 8$, $OP = 5,2$, $OM = 3,9$ et $PM = 6,5$.

- 1) Démontrer que les droites (MP) et (AB) sont parallèles.
- 2) Calculer la longueur AB.
- 3) Démontrer que le triangle OPM est rectangle en O.

Exercice 5 (4 points)

- 1) Calculer le PGCD de 11 413 et de 14 351 par la méthode la plus adaptée.
- 2) Rendre la fraction $\frac{11\,413}{14\,351}$ irréductible.
- 3) Calculer la somme $F = \frac{11\,413}{14\,351} + \frac{280}{127}$ en indiquant les étapes.

Exercice 6 (4 points)

On donne : $A = \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{147}$, $B = (\sqrt{17} + \sqrt{5})(\sqrt{17} - \sqrt{5})$, $C = \sqrt{24} + \sqrt{9} + \sqrt{54}$.

- 1) Mettre A sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier.
- 2) Prouver que B est un nombre entier.

3)Écrire C sous la forme $a + b\sqrt{6}$ où a et b sont des nombres entiers.

Exercice 7 (3 points)

1)Résoudre l'équation suivante : $\frac{7(2x-4)}{3} = \frac{5}{2}x - \frac{17}{6}$.

2)Voici les tarifs pratiqués dans deux magasins :

- Magasin A : 17,30 € la cartouche d'encre, livraison gratuite.

- Magasin B : 14,80 € la cartouche d'encre, frais de livraison de 15 €, quel que soit le nombre de cartouches d'encre achetées.

Écrire et résoudre l'équation permettant de déterminer le nombre de cartouches d'encre pour lequel les deux tarifs sont identiques.

Exercice 8 (4 points)

La formule pour calculer le volume d'une boule est donnée par $V = \frac{4 \times \pi \times R^3}{3}$ où R est le rayon de la boule.

1)Calculer la valeur arrondie au cm^3 du volume d'une boule de rayon 7 cm.

2)On réalise la section de la sphère de centre O et de rayon $OA = 7$ cm par un plan, représentée ci-dessous.

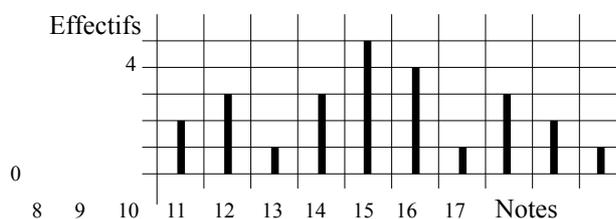
a) Quelle est la nature de cette section ?

b) Quelle est la nature du triangle OAH ?

3)Calculer la valeur exacte du rayon HA de cette section sachant que $OH = 4$ cm.

Exercice 9 (5 points)

Voici le diagramme en bâtons des notes obtenues par une classe de 3ème de 25 élèves au dernier devoir de mathématiques.



1)Quelle est l'étendue de cette série ?

2)Calculer la moyenne de cette série.

3)Déterminer la médiane et les premier et troisième quartiles de cette série statistique.

4) Donner la signification du premier quartile.

CORRIGE

Exercice 1

Question 1 : la bonne réponse est $\frac{13}{52}$. (1)

Question 2 : la bonne réponse est $\frac{4}{52}$. (1)

Question 3 : la bonne réponse est « diminuer » . (1)

Question 4 : la bonne réponse est « la probabilité d'obtenir une boule blanche est $\frac{5}{13}$ » . (1)

Exercice 2

Figure : 0,5 par point correctement construit.

Le polygone « OISEAU » est un hexagone régulier. (0,5)

Exercice 3

$$1) E = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 2) = 4x^2 - 9 + 2x^2 - 4x + 3x - 6 = 6x^2 - x - 15. \quad (1,5)$$

$$2)a) 4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3). \quad (0,5)$$

$$b) E = (2x + 3)[(2x - 3) + (x - 2)] = (2x + 3)(2x - 3 + x - 2) \\ = (2x + 3)(3x - 5). \quad (1)$$

$$3)a) (2x + 3)(3x - 5) = 0 \rightarrow 2x + 3 = 0 \text{ ou } 3x - 5 = 0 \\ \rightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ ou } x = \frac{5}{3} .$$

$$\text{Les deux solutions sont } -\frac{3}{2} \text{ et } \frac{5}{3} . \quad (1)$$

b) Cette équation n'a pas de solution entière. (0,5)

c) Cette équation a une solution décimale : $-\frac{3}{2}$. (0,5)

Exercice 4

1) On calcule les quotients $\frac{OM}{OA}$ et $\frac{OP}{OB}$.

$$\frac{OM}{OA} = \frac{3,9}{6} = \frac{39}{60} = \frac{13}{20} \quad \text{et} \quad \frac{OP}{OB} = \frac{5,2}{8} = \frac{52}{80} = \frac{13}{20} .$$

Les deux quotients sont égaux.

Les points M, O, A d'une part et les points P, O, B d'autre part sont alignés dans le même ordre. D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MP) et (AB) sont parallèles.

(2)

2) $M \in (OA)$, $P \in (OB)$ et $(MP) \parallel (AB)$.

Dans les triangles OMP et OAB, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{OM}{OA} = \frac{OP}{OB} = \frac{MP}{AB}$.

Calcul de AB

$$\begin{aligned} \frac{OM}{OA} = \frac{MP}{AB} &\rightarrow \frac{3,9}{6} = \frac{6,5}{AB} \rightarrow AB \times 3,9 = 6 \times 6,5 \rightarrow AB \times 3,9 = 39 \\ &\rightarrow AB = \frac{39}{3,9} \rightarrow AB = 10 \text{ cm.} \quad (2) \end{aligned}$$

3) On calcule les carrés des longueurs des 3 côtés du triangle OPM.

$$OP^2 = 5,2^2 = 27,04 \quad , \quad OM^2 = 3,9^2 = 15,21 \quad \text{et} \quad PM^2 = 6,5^2 = 42,25.$$

$$\text{On remarque que } 27,04 + 15,21 = 42,25 \rightarrow PM^2 = OP^2 + OM^2. \quad (2)$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle OPM est rectangle en O.

Exercice 5

1) Pour calculer le PGCD de 11 413 et de 14 351, on utilise l'algorithme d'Euclide.

$$\begin{array}{r|l} 14\,351 & \underline{11\,413} \\ 2\,938 & | \quad 1 \quad \quad 11\,413 \times 1 + 2\,938 = 14\,351 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 11\,413 & \underline{2\,938} \\ 2\,599 & | \quad 3 \quad \quad 2\,938 \times 3 + 2\,599 = 11\,413 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2\,938 & \underline{2\,599} \\ 339 & | \quad 1 \quad \quad 2\,599 \times 1 + 339 = 2\,938 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2\,599 & \underline{339} \\ 226 & | \quad 7 \quad \quad 339 \times 7 + 226 = 2\,599 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 339 & \underline{226} \\ 113 & | \quad 1 \quad \quad 226 \times 1 + 113 = 339 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 226 & \underline{113} \\ 0 & | \quad 2 \quad \quad 113 \times 2 = 226 \rightarrow \text{Le PGCD de 11 413 et de 14 351 est 113.} \quad (2) \end{array}$$

$$2) 11\,413 : 113 = 101 \quad \text{et} \quad 14\,351 : 113 = 127 \rightarrow \frac{11\,413}{14\,351} = \frac{101}{127} . \quad (1)$$

$$3) F = \frac{11\,413}{14\,351} + \frac{280}{127} = \frac{101}{127} + \frac{280}{127} = \frac{381}{127} = 3. \quad (1)$$

Exercice 6

$$\begin{aligned} 1) A &= \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{147} = \sqrt{4 \times 3} - 5\sqrt{25 \times 3} + 2\sqrt{49 \times 3} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{3} - 5 \times \sqrt{25} \times \sqrt{3} + 2 \times \sqrt{49} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 5 \times 5 \times \sqrt{3} + 2 \times 7 \times \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} - 25\sqrt{3} + 14\sqrt{3} = -9\sqrt{3} \quad (1,5) \end{aligned}$$

$$2) B = (\sqrt{17} + \sqrt{5})(\sqrt{17} - \sqrt{5}) = \sqrt{17^2} - \sqrt{5^2} = 17 - 5 = 12. \quad (1)$$

$$\begin{aligned} 3) C &= \sqrt{24} + \sqrt{9} + \sqrt{54} = \sqrt{4 \times 6} + 3 + \sqrt{9 \times 6} = \sqrt{4} \times \sqrt{6} + 3 + \sqrt{9} \times \sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{6} + 3 + 3\sqrt{6} = 3 + 5\sqrt{6} \quad (1,5) \end{aligned}$$

Exercice 7

$$\begin{aligned} 1) \frac{7(2x-4)}{3} &= \frac{5}{2}x - \frac{17}{6} \rightarrow \frac{14(2x-4)}{6} = \frac{15}{6}x - \frac{17}{6} \rightarrow 14(2x-4) = 15x - 17 \\ &\rightarrow 28x - 56 = 15x - 17 \rightarrow 28x - 15x = -17 + 56 \rightarrow 13x = 39 \\ &\rightarrow x = \frac{39}{13} \rightarrow x = 3. \quad (1,5) \end{aligned}$$

2) x désigne le nombre de cartouches d'encre pour lequel les deux tarifs sont identiques.

$$\begin{aligned} 17,30x &= 14,80x + 15 \rightarrow 17,30x - 14,80x = 15 \rightarrow 2,5x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{2,5} \\ &\rightarrow x = 6. \end{aligned}$$

Les deux tarifs sont identiques si on achète 6 cartouches d'encre. (1,5)

Exercice 8

$$1) V = \frac{4 \times \pi \times 7^3}{3} \rightarrow V \approx 1\,437 \text{ cm}^3 \quad (1)$$

2)a) La section de la sphère et du plan est le cercle de centre H et de rayon HA. (0,5)

b) O est le centre de la sphère, H est le centre du cercle section et A est un point de la sphère et du cercle section \rightarrow Le triangle OAH est rectangle en H. (0,5)

$$\begin{aligned} 3) \text{D'après le théorème de Pythagore, on a : } OA^2 &= OH^2 + HA^2 \rightarrow 7^2 = 4^2 + HA^2 \\ &\rightarrow 49 = 16 + HA^2 \rightarrow HA^2 = 49 - 16 \rightarrow HA^2 = 33 \rightarrow HA = \sqrt{33} \text{ cm.} \quad (2) \end{aligned}$$

Exercice 9

$$1) 17 - 8 = 9 \rightarrow \text{L'étendue de la série statistique est } 9. \quad (0,5)$$

$$\begin{aligned} 2) 8 \times 2 + 9 \times 3 + 10 \times 1 + 11 \times 3 + 12 \times 5 + 13 \times 4 + 14 \times 1 + 15 \times 3 + 16 \times 2 + 17 \times 1 \\ = 306 \rightarrow m = \frac{306}{25} \rightarrow m = 12,24. \quad (1) \end{aligned}$$

3) La série comprend 25 valeurs, 25 est un nombre impair. La médiane est donc la 13^{ème} valeur de la série ordonnée. \rightarrow La médiane de cette série est 12. (1)

$25 \times \frac{1}{4} = 6,25$ et $25 \times \frac{3}{4} = 18,75$. Le premier quartile est donc la 7^{ème} valeur de la série ordonnée et le troisième quartile est donc la 19^{ème} valeur de la série ordonnée.

\rightarrow Le premier quartile de cette série est 11. (1)

\rightarrow Le troisième quartile de cette série est 14. (1)

4) Au moins un quart des notes sont inférieures ou égales à 11. (0,5)